大規模構造体の最終強度に関する研究

技術研究所　石橋公也、原田実、重見利幸

1. はじめに

本会におけるこれまでの最終強度関連の研究では、船体構造の基本的な構造要素であるパネル及び防撓パネルを対象としてきた [1)]。これらの研究は、非線形 FEM によりパネル及び防撓パネルについての崩壊解析のシリーズ計算を実施して、得られた知見から実用的な最終強度推定算式を開発するというものである。この推定算式は、従来のパネル及び防撓材の座屈強度評価法を補完する技術として、既に本会の船体構造基準に活用されており、合理的な強度評価の実現に貢献している。

一方、船舶の全損事故等の重大な損傷事故を防ぐという観点からは、どのレベルの荒天海象まで又はどのレベルの載貨状態まで船体構造が崩壊せずに耐え得るかを把握することが重要である。このためには、パネル及び防撓パネルの最終強度に加え防撓パネル等の構造要素で構成された構造体の最終強度を推定する必要がある。

このような状況から、本会では、構造体の最終強度評価技術を確立することで最終強度の観点から裏打ちされたより合理的な強度評価基準を開発することを目指している。ここでは、大規模構造体の崩壊解析に関する本会の取り組みについて紹介する。

2. 大規模構造体の最終強度評価への取り組み

本会では、大規模構造体の最終強度評価の実現を目指し、幾つかの異なるアプローチを併用しながら研究を進めている。 以下に、大規模構造体の最終強度評価に関連した研究の概要について説明する。

まず、大規模構造体の最終強度評価の第一歩として実施しているのは、船体折損に直接関連する非常に重要な強度として考えられるハルガーダの縦曲げ最終強度の高精度推定を目的とした非線形 FEM による船体横断面の崩壊解析である。解析に際しては、船体構造の場合、船長方向に同一構造が連続していることから、1 トランス間の船体横断面を構成する縦通部材のモデルを用い、モデル端部に適切な境界条件を与えることにより、縦曲げモーメントによる船体構造の崩壊解析を実施している。さらに、縦曲げ最終強度は構造体の最終強度としては比較的古くから研究が進められた分野であり多く簡易推定法が提案されていることから、それらの推定結果との比較検証も併せて実施している。第 3 章では、VLCC に対して実施した検討結果を紹介する。

次に挙げられる研究は、計算効率に優れた崩壊解析手法として提案された理想化構造要素法（ISUM）の改良を行い、大規模構造体の崩壊解析に活用しようとする研究である。現在、ISUM を船体のホールド構造の崩壊解析を可能にするツールへ改良させるべく、広島大学、大阪大学、NK の 3 者で研究を進めている。4 章では、ISUM の応用例として、横圧荷重を受ける二重底構造の崩壊解析についての研究を紹介する。

最後に紹介する研究は、非線形 FEM による非常に大規模な 3 ホールドモデルの崩壊解析である。本研究は、船体構造が有する真の最終強度を直接的に解明するための研究であり、さらには第 3 章で紹介する縦曲げ最終強度解析では考慮できない二重底構造等の全体曲げが縦曲げ最終強度に及ぼす影響を明らかにすると共に第 4 章で紹介する ISUM のベンチマークとして用いるための研究である。本研究に関しては、現在も解析を進めている段階であるため、本解析

の目的、解析モデルの概要及び解析結果の一例のみを 5 章で紹介する。

3. 非線形 FEM による船体縦曲げ崩壊解析

3.1 研究目的

船舶が極限的な海象に遭遇した場合、あるいは衝突・座礁により船体横断面の剛性が著しく低下している状態で大きな縦曲げモーメントを受ける場合、船体が崩壊して折損事故を招く可能性がある。このため、ハルガーダの縦曲げ最終強度を精度良く推定することは船舶の構造安全性の観点から極めて重要である。

縦曲げ最終強度に関しては、Smith の手法に基づく推定法等、様々な実用的推定法が開発されており、これら推定法によって、最終強度の値だけでなく、崩壊挙動までが明らかにされている[2)]。一方、より直接的な推定手法である非線形 FEM による最終強度解析も考えられるが、解析に多くの工数がかかるため、研究成果は限られているのが現状である。しかしながら、近年では、コンピュータの CPU、記憶容量や解析技術といったハードウエア、ソフトウエア両面の飛躍的な進歩により、要素数の膨大な大規模構造に対しても、非線形 FEM を用いた弾塑性大撓み解析が、ある程度実用的なレベルで可能となりつつある。

そこで本研究では、非線形 FEM を用いた崩壊解析から船体横断面の逐次崩壊挙動を明らかにし、既存の推定法による縦曲げ最終強度推定値と比較することにより、既存推定法の妥当性を検証する。

3.2 解析モデル

ダブルハル VLCC を対象として、図 1 に示すトランス材をはさんだ 1/2＋1/2 トランススペース（ダブルスパン）の範囲を解析対象とした。この範囲の船体横断面を構成する全ての縦通部材をシェル要素を用いてモデル化した。

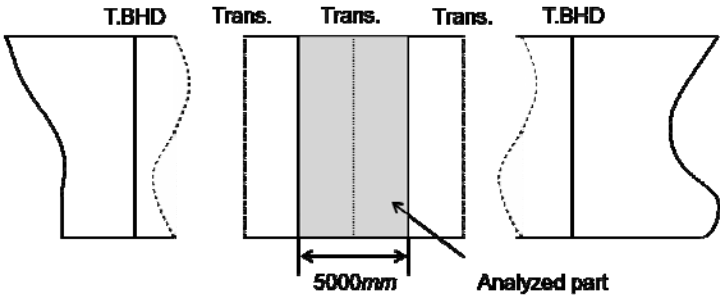


図 1　モデル化範囲

メッシュ分割は図 2 に示すように船長方向に 16 分割、ロンジスペース間は 3 分割、ロンジウェブは 1 分割、ロンジフェイスは 2 分割を標準とした。このモデルで、要素数は 33,000、節点数は 36,000 である。解析には、静的陰解法である MSC.Marc を使用した。

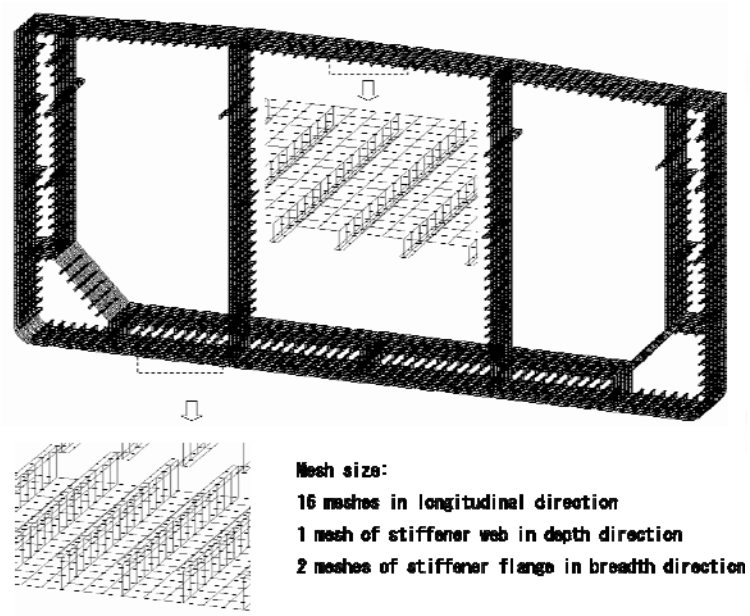


図２　船体横断面モデル及びメッシュサイズ

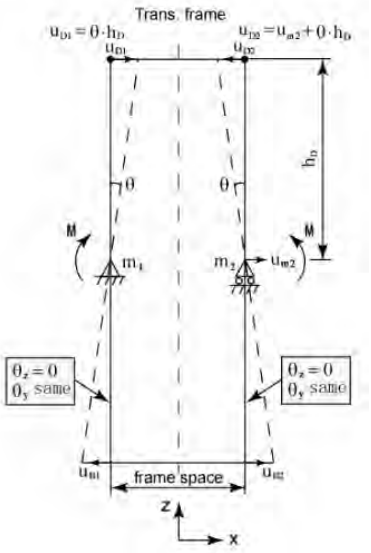


図３ 境界条件

図 3 に、荷重条件及び境界条件を示す。荷重に関しては、モデル端の横断面における節点のある 1 点を指定して、この節点に曲げモーメント M_y を増分させた。

なお、実際には船体横断面に縦曲げモーメントが加わった場合、特にホギング時には船底部において縦曲げモーメントによる圧縮と二重底構造の全体曲げによる圧縮が重畳し、最終強度が低下する場合が考えられる。本手法では、二重底構造等の全体曲げが縦曲げ最終強度に及ぼす影響までは考慮していないが、これらの考慮は、今後 5 章に述べるホールドモデルを用いた解析により検討を進める予定である。

3.3　崩壊解析結果

モデルにサギング及びホギング状態に対応する縦曲げモーメントを与えて VLCC の船体横断面の崩壊解析を実施した。以下に、解析結果から得られたサギング状態及びホギング状態での逐次崩壊挙動について、それぞれ述べる。

3.3.1 サギング状態の逐次崩壊挙動

y 軸回りの回転角 θ_y と横断面のある 1 点に負荷した曲げモーメント M_y の関係を図 4 に示す。図 4 より、曲げモーメントが Point 1 に達した時点から、剛性が若干低下していることが分かる。このとき,C.L.付近の数本のデッキロンジに曲げ座屈が見られる。さらに、曲げモーメントを増分すると、Point 2 では、さらに大きく剛性が低下している。この段階では、かなりの数のデッキロンジに曲げ座屈が生じている。この時の座屈モードは、船長方向にはトラス材をはさんで 1 半波であるが、船幅方向にはガーダ間で複雑な座屈波形となっている。さらに、曲げモーメントを増分すると、Point 3、4 では、ほぼ剛性はゼロとなる。このタイミングでは、デッキ部を構成する全てのロンジが全体座屈モードで崩壊に至っている。

Point 4 からわずかに数荷重ステップで横断面は縦曲げ最終強度に至る。このときの横断面の変形図を図 5 に、等価応力を表示した横断面崩壊図を図 6 に示す。図 5 より、最終強度時、横断面のデッキ部が船幅全域に亘り大きく全体座屈していることが観察される。また、わずかにデッキ部近傍の縦通隔壁を構成する防撓パネルにも座屈が生じている。

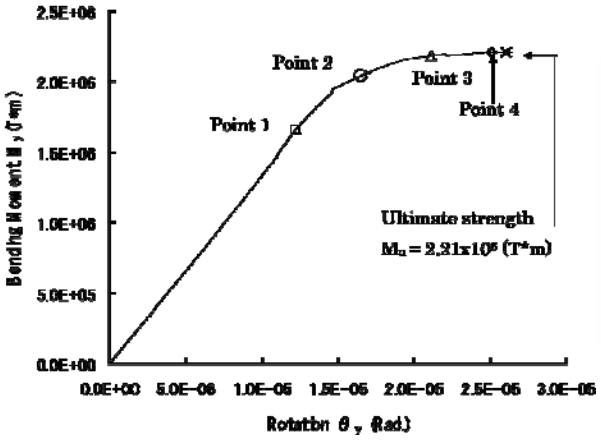


図 4　曲率－曲げモーメント関係(Sag)

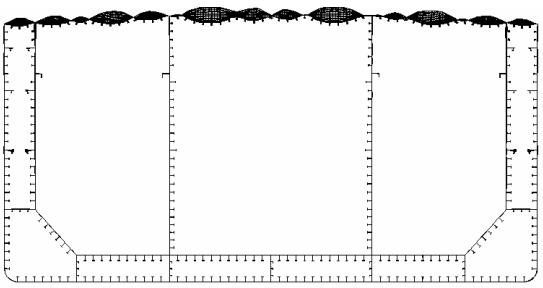


図 5　最終強度時の横断面変形図（Sag）

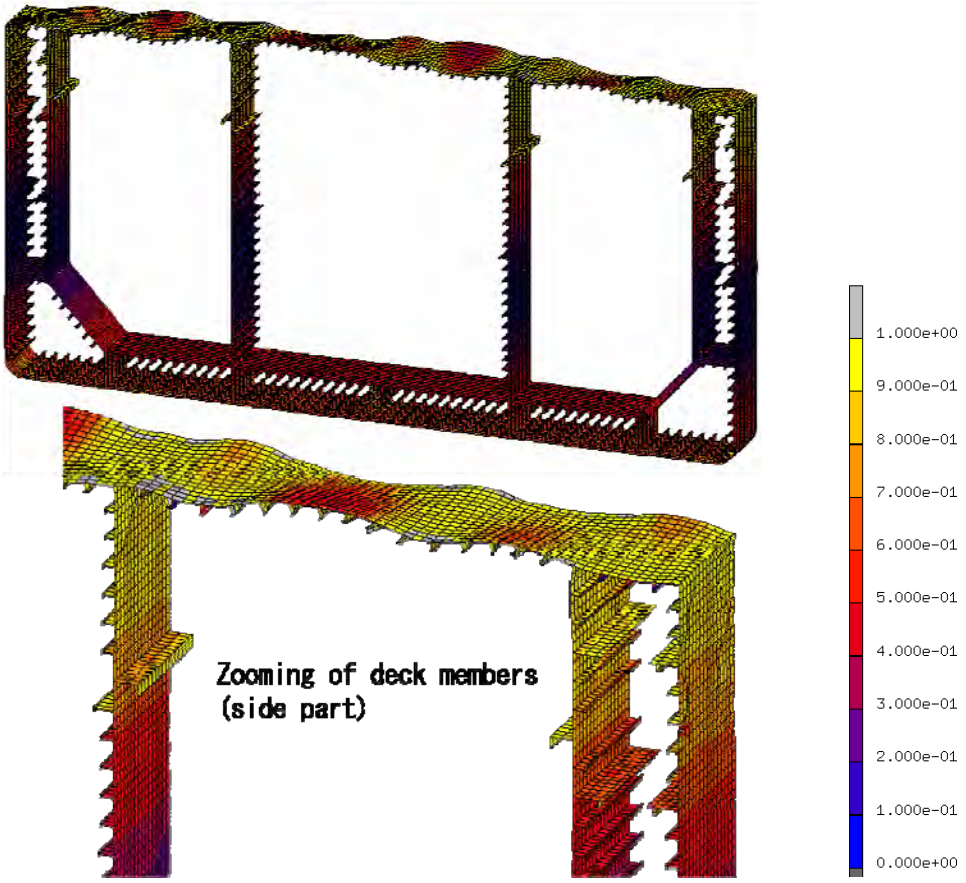


図 6 最終強度時の変形及び応力図(Sag)

3.3.2 ホギング状態の逐次崩壊挙動

y 軸回りの回転角θ_yと曲げモーメントM_yの関係を図 7 に示す。図 7 より、まず最初に Point 1 で、剛性が低下する。このとき、デッキ部が引張により降伏し、船底部では二重底内のガーダに座屈が生じている。さらに、曲げモーメントを増分すると、Point 2 ではさらに剛性が低下している。このとき、一部のボトムロンジにトリッピングによる座屈が生じている。サギング状態のときに専ら見られたデッキロンジの崩壊モードは曲げ座屈による全体崩壊モード(Over-all failure mode)であったが、ボトムロンジの崩壊モードはトリッピングモードである。これは、ボトムロンジのほうが、高い横圧荷重に耐えられるようウェブが高くなっており、曲げ座屈よりトリッピング座屈の方が発生し易くなっているためである。さらに、Point 3 では剛性がほぼゼロに近くなる。このとき、ほとんどのボトムロンジにトリッピング座屈が生じてい

る。最終強度に近い Point 4 では、ボトムロンジのみならず、インナーボトムロンジにもトリッピング座屈が生じている。Point 4 からわずかに数荷重ステップで横断面は縦曲げ最終強度に至る。このときの横断面の変形図を図 8 に、等価応力を表示した横断面崩壊図を図 9 に示す。全てのボトムロンジがトリッピングにより崩壊し、また全ての二重底ガーダが全体崩壊している。さらに、C.L.近傍のインナーボトムロンジもトリッピング座屈を起こしている。

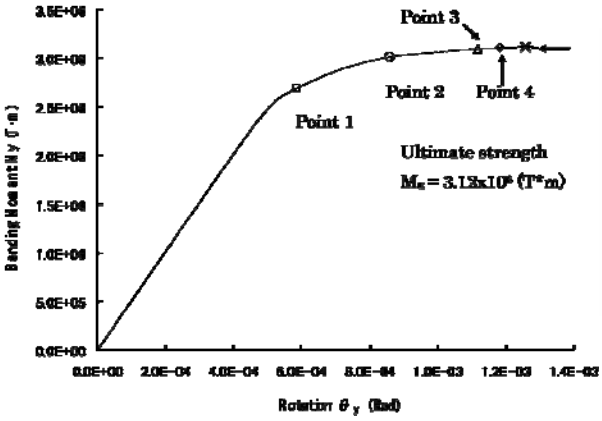


図 7 曲率－モーメント関係(Hog)

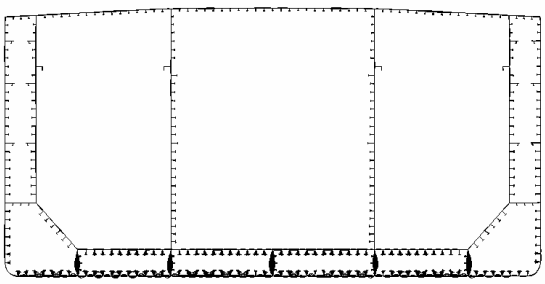


図 8　最終強度時の横断面変形図（Hog）

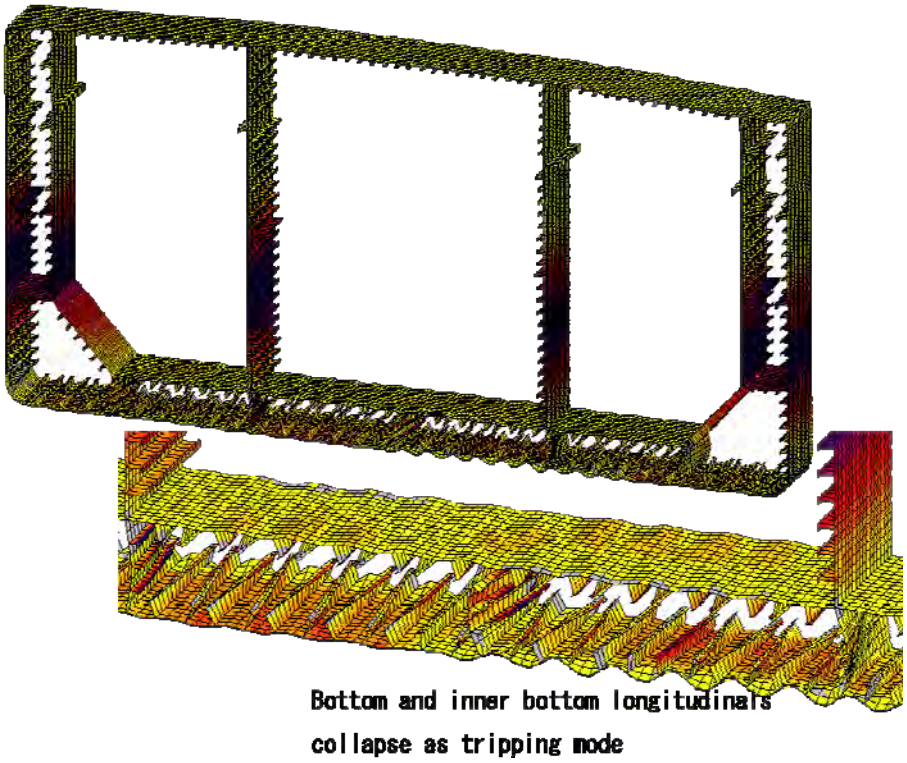


図 9　最終強度時の変形及び応力図(Hog)

3.4 既存最終強度推定法との比較

次に示す既存の縦曲げ最終強度推定法と非線形 FEM から得られた最終強度の比較検証を行い、その結果を表 1 にまとめて示す。

- 大阪大学矢尾教授が開発した縦曲げ最終強度推定コード HULLST[4)]
- 現在 IACS で開発が進められている Common Structural Rule に規定される縦曲げ最終強度推定法（JBP 及び JTP の 2 種）[5)6)]
- NK ガイドラインに規定される簡易推定算式[7)]

まず、HULLST 及び JBP による推定値は、サギング及びホギング状態共に FEM 結果より安全側の推定結果を与えた。これは、両手法とも、Smith の手法をベースとして船体横断面をパネルや防撓材といった最小要素に分割してモデル化しているが、この分割の影響により、連続性が考慮された FEM 結果と比べると安全側の最終強度推定値を与えているものと考える。しかしながら、両手法とも推定値は FEM 結果と比べてその差は僅かであり、最終強度を精度良く推定できている。

一方、より実用的な簡易算式を用いた推定手法では、JTP の推定値は FEM 結果と比べ僅かに非安全側ではあるものの、良く一致している。また、NK ガイドラインの簡易算式で推定すると、ほぼ HULLST と同様の値を与えている。なお、簡易算式に関しては、サギング状態のみを計算している。

表 1 各種最終強度推定法との比較 $\times 10^6$(T・m)

	Non-linear FEA	Smith's method		Simple formula	
		HULLST	JBP	JTP	NK(Guide)
Sagging	2.21	2.05	2.12	2.29	2.03
Hogging	3.12	2.97	2.86	−	−
Sagging	Ratio of FEA	0.93	0.96	1.04	0.92
Hogging		0.95	0.92	−	−

3.5 まとめ

VLCC のトランス部材間の横断面をモデル化して、非線形 FEM による崩壊解析を実施した。得られた解析結果より、船体横断面の逐次崩壊挙動の考察を行った。また、FEM 結果と既存推定法による推定値を比較して、既存手法の妥当性を検証した。得られた主な結論を以下に記す。

(1) サギング状態の縦曲げに対する横断面の崩壊挙動は、全てのデッキロンジが逐次崩壊し、その後、縦通隔壁板のデッキ部が降伏して耐荷能力を喪失した時点で、縦曲げ最終強度に至る。このとき、船底部は、まだ弾性状態である。

(2) ホギング状態の縦曲げに対する横断面の崩壊挙動は、最初に、上甲板が引張により降伏するとともに剛性の低い二重底内のガーダに座屈が生じる。さらに、荷重を増分すると、ボトムロンジが船幅全域に亘って崩壊し、さらにインナーボトムロンジのある程度の範囲が逐次崩壊した時点で、縦曲げ最終強度に至る。このとき、引張側の降伏域は、上甲板の位置からかなり下方の部材まで広がっている。

(3) Smith の方法に基づいた代表的な 2 つの推定法(HULLST、JBP)と FEM 結果を比較した。その結果、両手法による推定値と FEM 結果との誤差は僅かであり、かつ FEM 結果より安全側の推定結果を与えている。

(4) 実用的な簡易算式で推定する手法として、JTP と NK 提案の簡易算式によるサギング状態の推定値と FEM 結果を比較した。その結果、JTP の推定値は、若干非安全側であるものの FEM 結果と良く一致している。NK ガイドラインの簡易算式で推定すると、ほぼ HULLST と同様、若干安全側の値を与えている。

4. ISUM による二重底崩壊解析

4.1 研究目的

非線形 FEM による大規模構造体の崩壊解析はコンピュータの解析時間や解析能力等の実施上の問題により困難を伴うため、計算効率が優れ、かつ合理的な非線形問題の解析法が切に望まれている。そこで、比較的実用的な解析方法として理想化構造要素法(ISUM)が提案されている [8-11]。ISUM は、基本的には FEM であるが、構造部材の材料非線形性及び幾何学的非線形

性を理想化することで汎用の非線形 FEM よりもはるかに大きな要素を用い、自由度を大幅に削減することができるため、FEM に比べ解析時間を格段に短縮することができる。

ISUM に関しては、広島大学、大阪大学と協力して ISUM によるホールド構造の崩壊解析を最終目標とした開発が進められており、本会においては、有孔桁 ISUM 要素の開発、ISUM 要素の最終強度後推定精度の改良の研究を行っている。

このような ISUM の適用例として、バルクキャリアの二重底構造の崩壊挙動を明らかにすることを目的に、二重底アスペクト比（二重底の長さと幅の比）、桁の本数、板厚が異なる 4 つのタイプの二重底構造の崩壊解析を実施した。

4.2 ISUM 解析モデル

解析対象は、Handy size、Panamax size、Cape size のバルクキャリアの二重底構造で、モデル化にあたっては、対称条件を適用することにより 1/4 モデルを用いて解析を実施した。船底外板と内底板は ISUM 板要素、防撓材は梁・柱要素、ガーダとフロアはティモシェンコ梁要素を用いてモデル化した。図 10 に ISUM におけるモデル化の概要を示すと共に、図 11 に検討を行った 4 種の二重底構造を示す。なお、Type A 及び Type C は Handy Size、Type B は Panamax Size、Type D は Cape Size の二重底構造をモデル化したものである。

周縁部の支持条件は、スツール部に隣接する断面は単純支持とし、ビルジ部に隣接する断面は表 2 に示すビルジホッパと等価な捩れ剛性を与えた。また周縁部断面は、各断面の弾性中立軸回りに回転する条件を与えた。荷重としては船底外板からの水圧を想定した横圧荷重を負荷した。

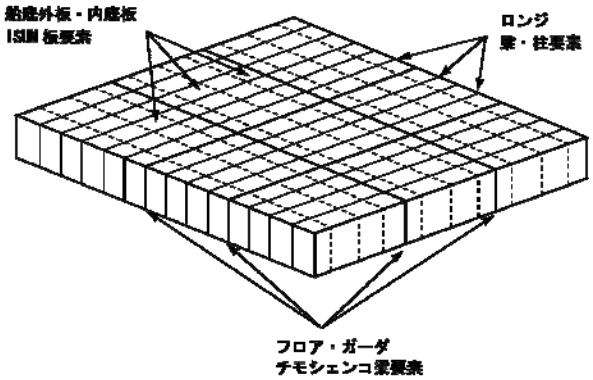


図 10 ISUM 二重底モデル

表 2 ビルジホッパの捩り剛性

Handy size	GJ=6.45x10^{16} N･mm^2
Panamax size	GJ=8.84x10^{16} N･mm^2
Cape size	GJ=2.82x10^{17} N･mm^2

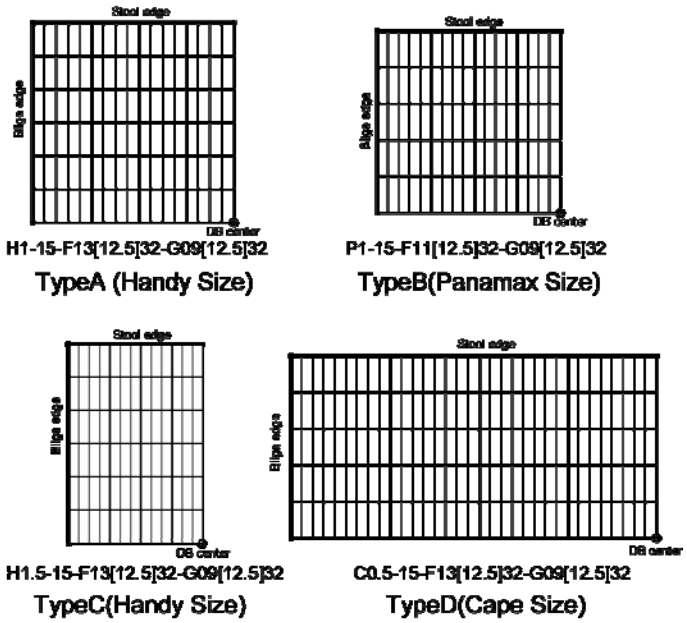


図 11 各タイプの二重底構造略図

4.3　崩壊解析結果と考察

まず、図 12 に図 11 に示す 4 種類のモデルに船底外板から横圧荷重（船底水圧）を作用させた場合の最終強度時近傍の変形図をそれぞれ示す。なお，図 12 の変形図は上下反転して船底外板を上に示している。また、図 13 に二重底に作用する横圧荷重の水頭と二重底中央の撓みの関係を示す。グラフ中の記号 Bp はパネルの初期座屈、Cp はパネルの初期崩壊を表している。

解析結果から以下のことが考察される。まず、船底外板に関しては，二重底曲げの圧縮側となるため、圧縮応力が最も高くなる二重底中心近傍のパネルで座屈が起きる。その後、二重底中心から外側へ向かってパネルの座屈域が広がっていく。この船底外板の座屈は、比較的小さい荷重レベルから発生するが、座屈による二重底構造の剛性低下は小さい。

桁構造に関しては、Type A 及び Type C の場合、ホールド長さ方向中央部のフロアの端部（ビルジボッパタンク隣接部）が先ずせん断降伏し、隣のフロアへと降伏域が広がっていく。その間ガーダに関しては、スツール近傍のセンターガーダから降伏が始まり、隣接のガーダへと降伏域が広がっていく。そして、全てのスツール近傍のガーダとビルジホッパタンクに隣接するフロア端部が全断面降伏した時点で二重底全体としての最終強度に達する。

Type B の場合もホッパタンクに隣接するフロア端部からせん断降伏が始まるが、その後引き続き全てのフロア端部でせん断降伏した後にスツール近傍のガーダの降伏域が広がっていく。

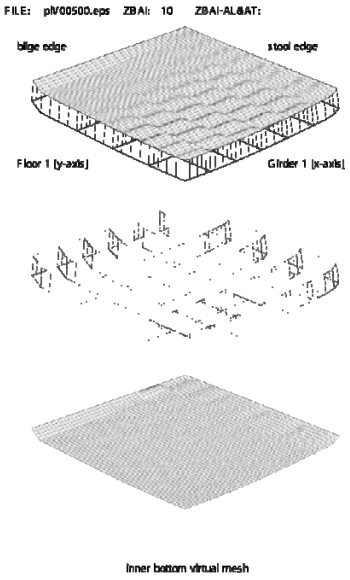
Type D の場合は、スツール近傍ガーダが先ずせん断降伏し、となりのガーダへと降伏域が広がる。その後、フロアもせん断降伏域が拡大していき、全てのスツール近傍のガーダとビルジホッパタンクに隣接するフロア端部が全断面降伏した時点で二重底全体としての最終強度に達する。

図 13 より、Type B において水頭が 15m を超えたあたりでの剛性の低下が著しいが、これはビルジホッパタンクに隣接するフロア端部のほぼ全てがほとんど同時に全断面せん断降伏しているためである。それに対して他のモデルでは順次降伏が広がるに従い剛性が低下している。

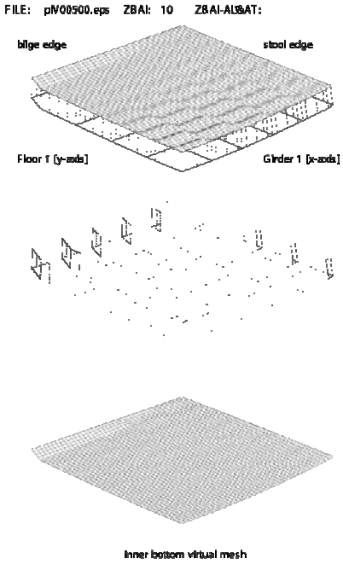
次に、構造の一部に変更を加えた場合の最終強度の変化を調べるために、Type A について、ガーダの本数を 5 本から 7 本或いは 9 本に増やした場合、二重底高さを 15%増加した場合、ガーダ、フロアの板厚を 25%増厚した場合の解析を行った。

それぞれの場合の水頭と二重底中央の撓みの関係を図 14～16 に示す。ガーダの本数を増やした場合及びガーダの増厚をした場合は、横圧荷重により発生するせん断力を受け持つエリア

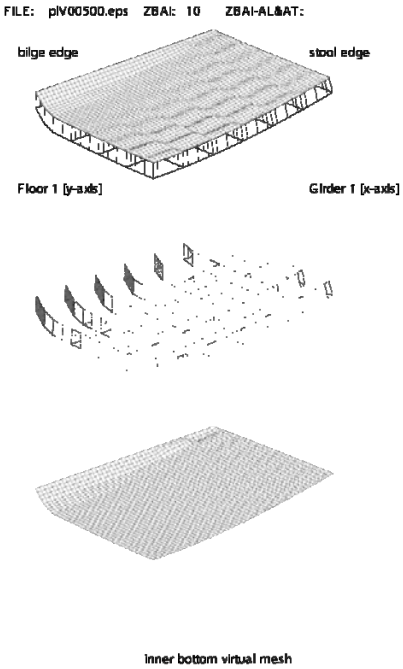
が増加した分だけ最終強度が上昇している。一方、二重底高さを増加した場合は、せん断エリアの増加だけでなく曲げ剛性も上昇するため、最終強度は大幅に上昇している。



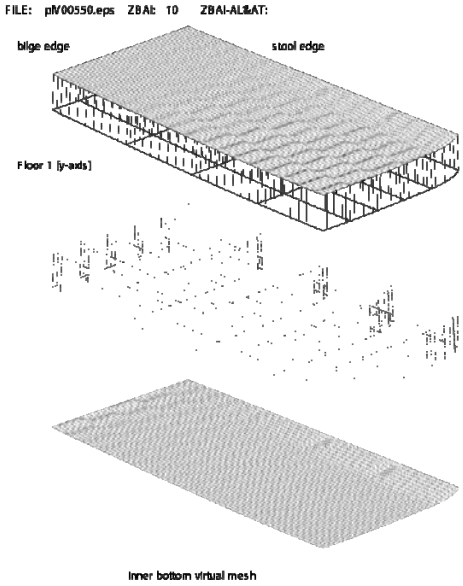
Type A(Handy Size)



Type B(Panamax Size)



Type C(Handy Size)



Type D(Cape Size)

図 12　最終強度時の変形図

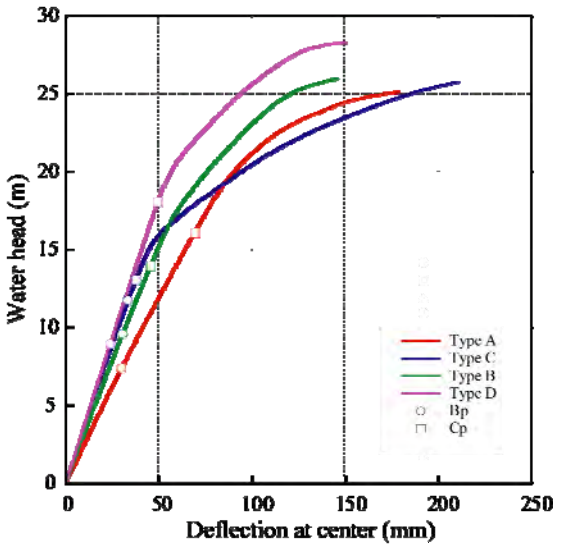


図 13　船底水圧と二重底中央の撓みの関係
(二重底 Type 別)

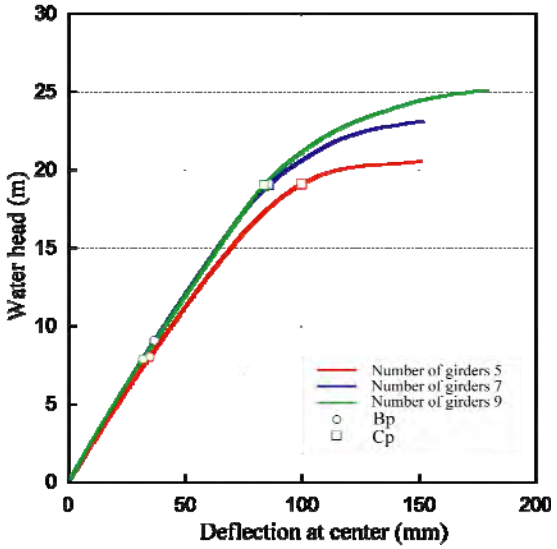


図 14 船底水圧と二重底中央の撓みの関係
(二重底ガーダの本数を変化)

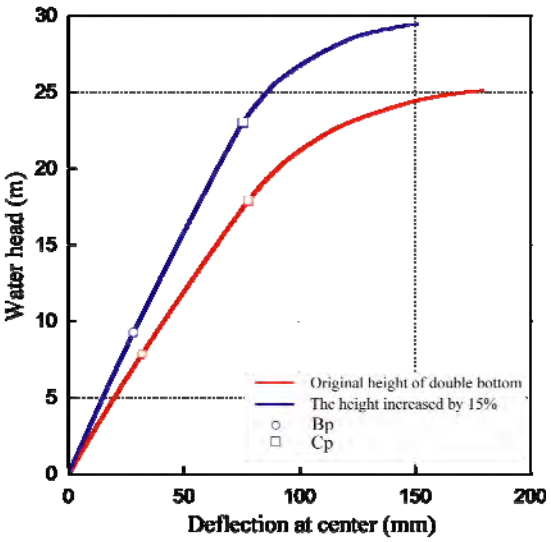


図 15 船底水圧と二重底中央の撓みの関係
(二重底の高さを変化)

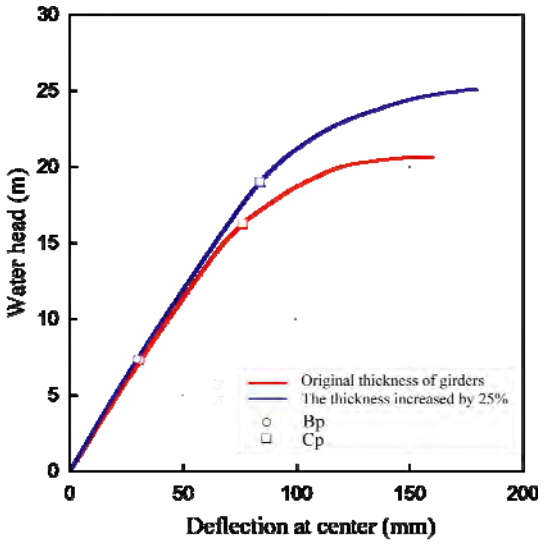


図 16 船底水圧と二重底中央の撓みの関係
(二重底ガーダの板厚を変化)

4.4 まとめ

本研究では ISUM によりビルジ部の捩り剛性を考慮した横圧荷重のみを受ける場合の二重底の崩壊解析を行い、以下の知見を得た。

① 二重底構造はほぼすべてのガーダ及びフロア端部の降伏をもって最終強度に達する。

② 船底外板の座屈が二重底構造曲げ剛性に与える影響は小さい。また、船底外板初期座屈から構造体としての最終強度に達するまでの余剰強度は 2～3 倍と大きい。

③ 二重底アスペクト比及び桁配置により、桁構造の崩壊順序が異なる。Handy Size のように二重底の幅より二重底の長さが大きい場合は、フロアの塑性崩壊が先に発生し、その後にガーダの崩壊が発生する。逆に Cape Size のように二重底の幅よりに二重底の長さが短い場合は、ガーダの崩壊が先に発生し、その後フロアの崩壊が発生する。

5. 非線形 FEM によるホールド構造崩壊解析

5.1 研究目的

異常海象遭遇、浸水、衝突・座礁、あるいはミスオペレーションのような設計荷重を上回る荷重が生じるシナリオを想定し、そのシナリオに対して船体構造がどの程度の余剰強度を有しているかを明確にすることを本研究の目的とする。解析モデルには、縦曲げモーメント、貨物荷重、水圧等のあらゆる荷重に対して全船モデルとほぼ変わらない構造応答を再現するために、3 ホールドモデルと非常に大規模なモデルを採用する。

また、本研究により得られる知見により、3 章の縦曲げ崩壊解析では知ることができない桁構造の変形が縦曲げ最終強度に与える影響を明らかすることができ、さらに、4 章で紹介した ISUM による構造解析の推定精度の検証にも利用できる等、大規模構造体の崩壊解析に関連したすべての研究に活用できる貴重なデータとして利用する。

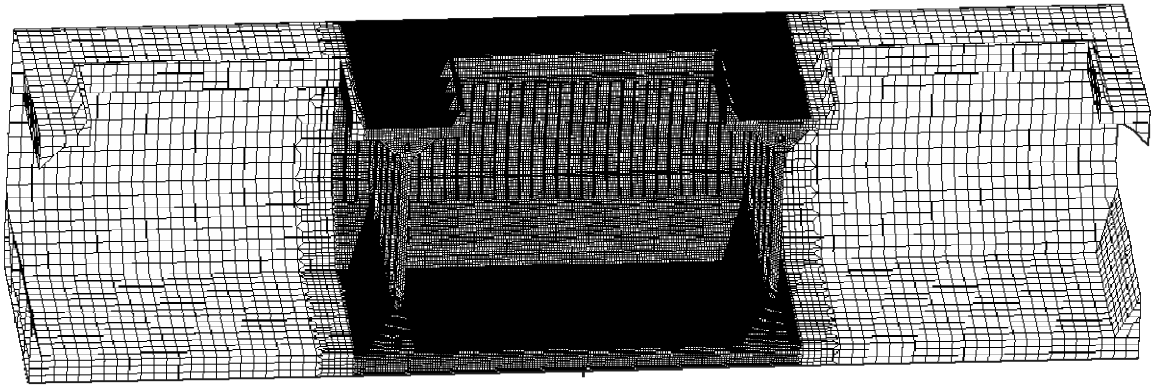
本研究は、解析作業を進めている段階であるため、解析モデル、解析結果の一例を紹介する。

5.2 解析モデル

パナマックスサイズの単船側ばら積貨物船を供試船として、3 ホールド(No.3, 4 & 5 Holds)片舷の範囲をモデル化した。パネル及び防撓材の座屈・塑性崩壊挙動を再現するために、メッシュサイズは線形 FEM による直接強度計算に用いられるものと較べ遥かに細かいメッシュが割り当てられている。ただし、崩壊解析の評価対象としては、モデル中央の No.4 ホールドに限定し、当ホールドのみに詳細なメッシュを与えている。No.4 ホールドにおけるメッシュサイズの概要を表 3 に、モデル図を図 17 に示す。 No.4 ホールドでは、すべての部材をシェル要素でモデル化し、No.3 及び No.5 ホールドでは、防撓材及びフェイス材はビーム要素でモデル化している。モデルの全要素数はおよそ 30 万要素となる。また、材料特性については、No.4 ホールドの構造部材においては、完全弾塑性体とし、No.3 及び No.5 ホールドでは降伏が起きない弾性体とした。

表 3 メッシュ分割の概要

縦式防撓材間	8 分割
横桁間	20 分割
防撓材ウェブ深さ	3 分割
二重底フロア深さ	14 分割
ホールドフレームウェブ深さ	3 分割



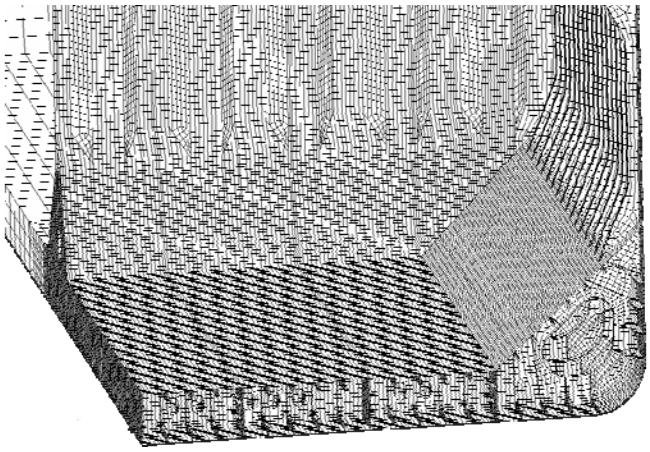


図 17　3 ホールドモデル図

5.3 崩壊解析手法について

現在では、工業製品の設計等にも盛んに非線形 FEM が用いられるようになり、様々な非線形 FEM 解析コードが存在するが、そのほとんどは、静的陰解法と動的陽解法の２つに分類することができる。従来の最終強度の研究では、船体に働く荷重は準静的に取り扱えること、さらに静的陰解法は各荷重増分ステップにおいて外力と内力の釣り合いを確認するため信頼性の高い解が得られることから、静的陰解法が用いられてきた。しかしながら、静的陰解法は、大規模なマトリクスの計算を行うため多くの記憶領域を必要とし、また、座屈のような飛び移り現象が生じるような場合に解を見失う可能性があることから、大規模構造体の崩壊解析を静的陰解法により実施するのはかなり困難となる場合がある。

一方、動的陽解法は、衝突や落下等の非線形構造応答を伴う動的問題に適用されてきたアルゴリズムであり、最近では、自動車の衝突シミュレーション、携帯電話やリモコンの落下シミュレーション等に活用され高い成果を上げている。動的陽解法は、陽解法ゆえに荷重ステップを十分に細かくしなければ解に誤差が生じるという弱点があるが、剛性マトリクスを扱う必要がないため記憶領域を多く必要とせず、また、収束計算を行わないため、複雑なモデルでも必ず解を導くという利点を有する。

本研究では、従来用いられてきた静的陰解法に加え、動的陽解法を用いてホールド構造の崩壊解析を実施し、解析法による解析結果の違いを検証する。また、静的陰解法による解析が困難な場合、動的陽解法から得られた崩壊挙動を参考にし、解析結果に影響を与えない範囲でモデルサイズを減少させて、再度解析の実施を目指すことにする。

5.4 崩壊解析例

動的陽解法解析コード LS-DYNA により得られたモデル両端にサギング側の縦曲げモーメントを与えた場合の崩壊挙動について図 18 に示す。圧縮荷重による座屈･塑性崩壊が主に上甲板部において発生している。なお、今後十分な解析結果が得られ次第、様々な考察を加えた詳細な報告を行う予定である。

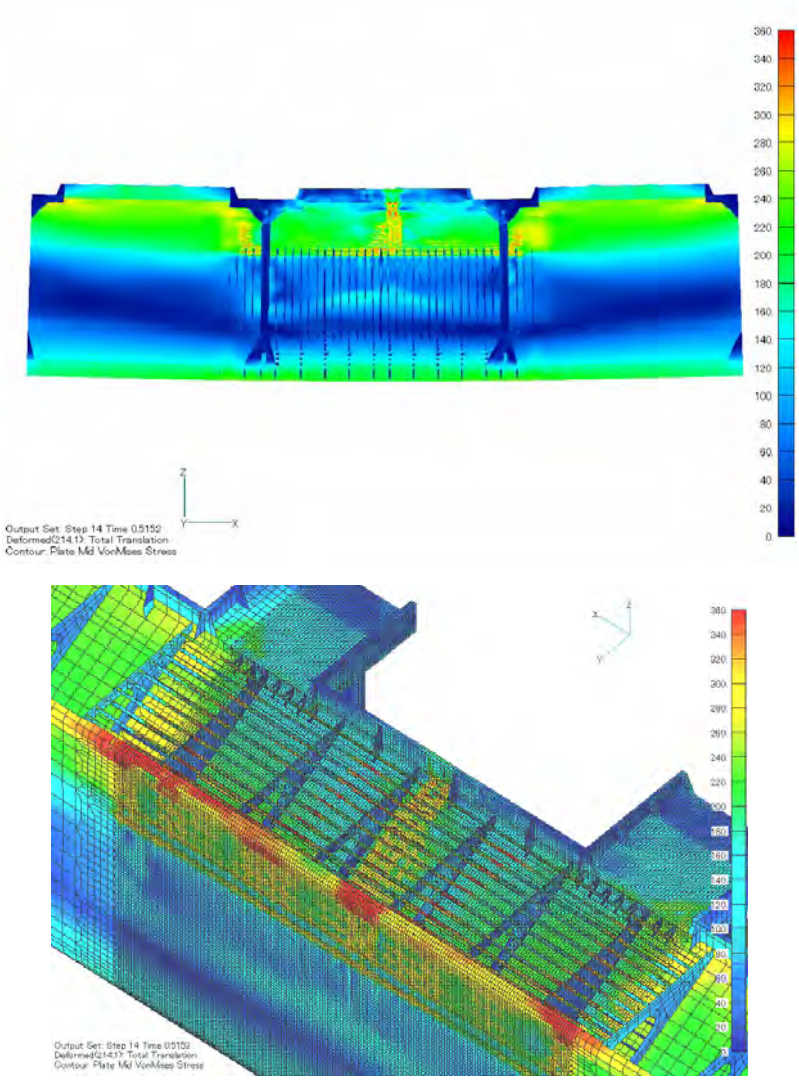


図 18　サギングモーメントを加えた場合の変形図

6　おわりに

これまで紹介してきた大規模構造体の最終強度に関する研究は、ISUM のような解析ツールの開発、或いは MSC.Marc 等の商用コードを用いる場合でもメッシュ分割法或いは初期ひずみ等の諸条件の選定に労力の多くを費やしており、さらに、大規模構造体の最終強度に関する知見を得るには、多くの解析データ或いは実験データ等との検証が必要となるため、短期間に研究成果を上げることは難しい。

しかしながら、本研究の目的である大規模構造体の最終強度評価技術の確立は、現在の船体構造強度評価技術に欠けている非常に重要なテーマであるため、この目的が達成された場合には、船舶の安全性の向上に著しく寄与するものと期待している。

謝辞

本研究を進めるにあたっては、大阪大学・矢尾哲也教授、広島大学・藤久保昌彦教授及び広島大学・柳原大輔助手には多くのご協力、ご助言をいただきましたことを、この場を借りて深くお礼申し上げます。

参考文献

1)　原田実：船体構造要素の最終強度評価に関する研究，平成 16 年度 ClassNK 研究発表会講演集，pp.37-52.
2) Proceedings of the 14th international ship and offshore structures congress, Volume 2, Special task committee VI.2, Ultimate hull girder strength.
3) Zhiyong Pei, Fujikubo M., Asazu S., Progressive Collapse Analysis of Ship's Hull Girder in Bending Using Idealized Structural Unit Method, Conference Proceedings, The Soc. of Naval Arch of Japan 2004, pp.97-98.
4) Yao, T., Nikolov,P.I.,Progressive collapse analysis of a ship's hull under longitudinal bending. J.Soc. Naval Arch of Japan Vol.170, 1991, pp.449-461.
5) IACS: Common Structural Rules for Bulk carriers, Chapter 5-Appendix 1, 2004.
6) IACS: Common Structural Rules for Oil Tankers, Appendix A, 2004.
7) ClassNK:タンカーの構造強度に関するガイドライン，縦曲げ最終強度ガイドライン, 2001.
8) 上田幸雄, SMH Rashed, 白点基:矩形板及び防撓板の理想化構造要素の開発（第 1 報），日
9) 本造船学会論文集，第 156 号(1984), pp.366-377.
正岡孝治，上田幸雄 ： 固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法－第 2 報 初期不正量を考慮した矩形板要素，日本造船学会論文集，第 174 号(1993), pp.439-445.
10) M.Fujikubo, P.Kaeding and T. Yao ： ISUM Rectangular Plate Element with New Shape Function s(1st Report)，日本造船学会論文集，第 187 号(2000), pp.209-219.
11) M.Fujikubo, P.Kaeding and T. Yao ： ISUM Rectangular Plate Element with New Shape Function s(2nd Report)，日本造船学会論文集，第 188 号(2000), pp.209-219.